

第一部分 数理逻辑



第1章. 命题逻辑基本概念

第2章. 命题逻辑等值演算

第3章. 命题逻辑推理理论

思考题



周日:监狱长对囚犯说:“你下周的某一天会被枪毙,但是被枪毙的前一天你不会猜测出第二天会被枪毙”。

囚犯郁闷,而后开始推理:

我周日不会被枪毙,要不然我周六之前不会死,这样在周六的时候会猜出周日会死,与监狱长的话矛盾.同理,我周六、五、...周一都不会死.

哈,我不会死,监狱长骗我的.

囚犯没有觉得有危险

结果周三的时候,囚犯被枪毙了.

什么问题呢,推理出了毛病吗??

抱着解决这个问题的想法开始学习吧.

学后请解释这个问题-----判断学的好坏的标准

第1章 命题逻辑的基本概念



1.1 命题与联结词

1.2 命题公式及其赋值

1.1 命题与联结词



命题与真值

命题：判断结果惟一、非真即假的陈述句

命题的真值：判断的结果

真值的取值：真或假

真命题与假命题

注意：

感叹句、祈使句、疑问句都不是命题

陈述句中的悖论，判断结果不惟一确定的不是命题

命题概念



例1: 下列句子中那些是命题?

- (1) π 是有理数.
- (2) $2 + 5 = 7$.
- (3) $x + 5 > 3$.
- (4) 你去狮子山滑滑板吗?
- (5) 这个滑板鞋真漂亮呀!
- (6) 请不要上课看手机!
- (7) 谷爱凌获2026年冬奥会金牌.

命题分类



命题分类：简单命题（也称原子命题）与复合命题

简单命题：不能被分解为更简单的命题；

复合命题：由简单命题通过联结词联结而成的命题。

简单命题符号化

用小写英文字母 $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i (i \geq 1)$ 表示简单命题

用“1”表示真，用“0”表示假

例如，令

p : π 是有理数，则 p 的真值为0，

q : $2 + 5 = 7$ ，则 q 的真值为1

命题符号化



例2：将下列命题符号化：

- (1) π 是有理数是不对的.
- (2) 2是偶素数.
- (3) 2或4是素数.
- (4) 若2是素数，则3也是素数.
- (5) 2是素数当且仅当3是素数.

否定、合取、析取联结词



定义1.1 设 p 为命题，复合命题“**非 p** ”(或“ p 的否定”)称为 p 的**否定式**，记作 $\neg p$ ，符号 \neg 称作**否定联结词**。规定 $\neg p$ 为真当且仅当 p 为假。

定义1.2 设 p, q 为两个命题，复合命题“ **p 并且 q** ”(或“ p 与 q ”)称为 p 与 q 的**合取式**，记作 $p \wedge q$ ， \wedge 称作**合取联结词**。规定 $p \wedge q$ 为真当且仅当 p 与 q 同时为真。

定义1.3 设 p, q 为两个命题，复合命题“ **p 或 q** ”称作 p 与 q 的**析取式**，记作 $p \vee q$ ， \vee 称作**析取联结词**。规定 $p \vee q$ 为假当且仅当 p 与 q 同时为假。

连接词的真值定义



p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

合取联结词的实例



例3: 将下列命题符号化:

- (1) 吴颖既用功又聪明.
- (2) 吴颖不仅用功而且聪明.
- (3) 吴颖虽然聪明, 但不用功.
- (4) 张辉与王丽都是三好生.
- (5) 张辉或王丽是三好生.



相容或、排斥或



例4：将下列命题符号化：

- (1) 小度爱南湖跑或爱听音乐
- (2) 小度只能挑选人工智能专业或大数据专业.
- (3) 小度是湖北人或湖南人.

析取联结词的实例



课堂练习题： 将下列命题符号化

(1) 2 或 4 是素数.

(2) 小度只能拿一个苹果或一个梨.

(3) 小度生于 2006 年或 2007 年.

蕴涵联结词



定义1.4 设 p, q 为两个命题，复合命题“如果 p ，则 q ”称作 p 与 q 的**蕴涵式**，记作 $p \rightarrow q$ ，并称 p 是蕴涵式的前件， q 为蕴涵式的后件， \rightarrow 称作**蕴涵联结词**。

规定： $p \rightarrow q$ 为假
当且仅当 p 为真 q 为假。

p	q	$p \rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

蕴涵联结词



(1) $p \rightarrow q$ 的逻辑关系: q 为 p 的必要条件

(2) “如果 p , 则 q ” 有很多不同的表述方法:

若 p , 就 q

只要 p , 就 q

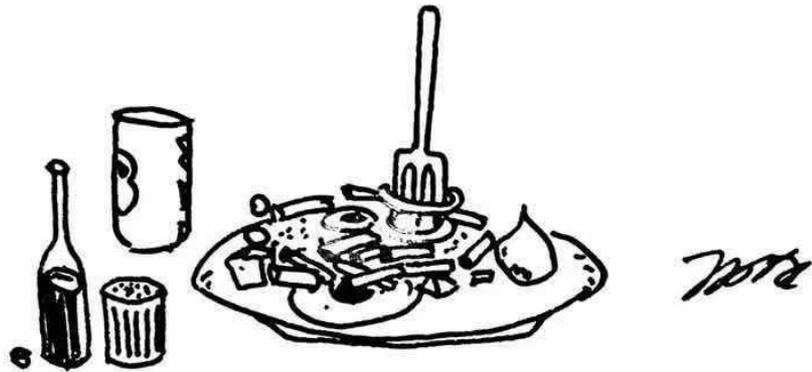
p 仅当 q

只有 q 才 p

除非 q , 才 p

除非 q , 否则非 p , ...

(3) 当 p 为假时, $p \rightarrow q$ 恒为真, 称为空证明



我吃意面，仅当我饿。

强调的是：

若 我吃意面，则 我饿 (成立)

\downarrow

\downarrow

P 真， 则 Q 真。 (成立)

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1

蕴涵联结词的实例



例5: 设 p : 天冷, q : 小王穿羽绒服, 将下列命题符号化

- (1) 只要天冷, 小王就穿羽绒服.
- (2) 因为天冷, 所以小王穿羽绒服.
- (3) 若小王不穿羽绒服, 则天不冷.
- (4) 只有天冷, 小王才穿羽绒服.
- (5) 除非天冷, 小王才穿羽绒服.
- (6) 除非小王穿羽绒服, 否则天不冷.
- (7) 如果天不冷, 则小王不穿羽绒服.
- (8) 小王穿羽绒服仅当天冷的时候.

注意: $p \rightarrow q$ 与 $\neg q \rightarrow \neg p$ 等值 (真值相同)

等价联结词



定义1.5 设 p, q 为两个命题，复合命题“ p 当且仅当 q ”称作 p 与 q 的**等价式**，记作 $p \leftrightarrow q$ ， \leftrightarrow 称作**等价联结词**。 $p \leftrightarrow q$ 的逻辑关系： p 与 q 互为充分必要条件

规定： $p \leftrightarrow q$ 为真当且仅当
 p 与 q 同时为真或同时为假。

p	q	$p \leftrightarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

等价联结词



例6: 求下列复合命题的真值

(1) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 $3 + 3 = 6$.

1

(2) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 3 是偶数.

0

(3) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 太阳从东方升起.

1

(4) $2 + 2 = 4$ 当且仅当 美国位于非洲.

0

(5) 函数 $f(x)$ 在 x_0 可导的充要条件是 它在 x_0 连续.

0

小结连接词的真值定义



p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

复合命题的真值



例7: 令 p : 北京比天津人口多;

q : $2 + 2 = 4$;

r : 乌鸦是白色的;

求下列复合命题的真值

$$(1) (q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$$

$$(2) (\neg p \vee r) \leftrightarrow (p \wedge \neg r)$$

$$(3) ((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \rightarrow r.$$

课堂思考题



设 p : π 是无理数,

q : 3 是奇数,

r : 苹果是方的,

s : 太阳绕地球转

则复合命题 $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((r \wedge \neg s) \vee \neg p)$ 是真命题还是假命题?

小结



1. 本小节中 p, q, r, \dots 均表示命题.
2. 联结词集为 $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$, $\neg p, p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ 为基本复合命题. 其中要特别注意理解 $p \rightarrow q$ 的涵义. 反复使用 $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$ 中的联结词组成更为复杂的复合命题.
3. 联结词的运算顺序: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$, 同级按先出现者先运算.