3.2 自然推理系统P

定义3.3 自然推理系统 P 定义如下:

1. 字母表

(1) 命题变项符号: $p, q, r, \ldots, p_i, q_i, r_i, \ldots$

(2) 联结词符号: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

(3) 括号与逗号: (,), ,

2. 合式公式（同定义1.6)

3. 推理规则

(1) 前提引入规则: 在证明的任何步骤都可以引入前提。

(2) 结论引入规则: 在证明的任何步骤所得到的结论都可以作为后继证明的前提。

(3) 置换规则: 在证明的任何步骤，命题公式的子公式都可以用等值的公式置换，得到公式序列中的又一个公式。

推理规则

(4) 假言推理规则

$$\frac{A\rightarrow B \quad A}{\therefore B}$$

(5) 附加规则

$$\frac{A}{\therefore A\vee B}$$

(6) 化简规则

$$\frac{A\wedge B}{\therefore A}$$

(7) 拒取式规则

$$\frac{A\rightarrow B \quad \neg B}{\therefore \neg A}$$

(8) 假言三段论规则

$$\frac{A\rightarrow B \quad B\rightarrow C}{\therefore A\rightarrow C}$$

(9) 析取三段论规则

$$\frac{A\vee B \quad \neg B}{\therefore A}$$

推理规则

(10) 构造性二难推理规则

$$\begin{array}{c} A\to B \\ C\to D \\ A\vee C \\ \hline \therefore B\vee D \end{array}$$

(11) 破坏性二难推理规则

$$\begin{array}{c} A\to B \\ C\to D \\ \neg B\vee\neg D \\ \hline \therefore \neg A\vee\neg C \end{array}$$

(12) 合取引入规则

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline \therefore A\wedge C \end{array}$$

在自然推理系统P中构造证明

设前提$A_1, A_2, \ldots, A_k$,结论B及公式序列$C_1, C_2, \ldots, C_l$. 如果每一个$C_i(1\le i\le l)$是某个A_j, 或者可由序列中前面的公式应用推理规则得到, 并且$C_l=B$, 则称这个公式序列是由$A_1, A_2, \ldots, A_k$推出B的**证明**。

在自然推理系统P中构造证明

例1：构造下面推理的证明：

若明天是晴天或多云，我明天就去逸夫楼喷泉广场玩滑板. 若我明天玩滑板，今天必吃一桶KFC全家桶. 我今天没吃KFC全家桶. 所以，明天不是晴天、也不是多云。

构造证明

例2: 在系统P中构造下面推理的证明:

如果今天是周六，我们就到省博或东湖玩. 如果省博游人太多，就不去省博. 今天是周六，并且省博游人太多. 所以, 我们去东湖或街道口玩.

附加前提证明法实例

例3：构造下面推理的证明

2是素数或合数. 若2是素数，则π是无理数. 若π是无理数，则4不是素数. 所以，如果4是素数，则2是合数.

归谬法（反证法）

欲证:

　前提:　$A_1, A_2, \ldots, A_k$

　结论:　B

做法:　在前提中加入$\neg B$，推出矛盾.

理由

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \rightarrow B$$

$$\Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k) \vee B$$

$$\Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \wedge \neg B)$$

$$\Leftrightarrow \neg(A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \wedge \neg B) \vee 0$$

$$\Leftrightarrow A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge A_k \wedge \neg B \rightarrow 0$$

归谬法实例

例4： 在系统*P*中构造下面推理的证明：

如果李铁担任教练并且姚明守门，则国足一定打入世界杯；或者国足没有打入世界杯，或者国足成为中超冠军；国足没有成为中超冠军；李铁担任教练。因此，姚明没有守门。

课后习题

P57:

11; **14(4,6);**

15(2); **16(2);** **17.**