第二部分 集合论

第六章 集合代数

主要内容

集合的基本概念

属于、包含、幂集、空集、文氏图等

集合的基本运算

并、交、补、差等

集合恒等式

集合运算的算律、恒等式的证明方法

6.1 集合的基本概念

1. 集合定义

集合没有精确的数学定义，有着相当宽泛的范畴。

理解：由一些事物汇集到一起组成一个整体称为集合，称这些个体为集合的元素

常见的数集：**N, Z, Q, R, C** 等分别表示自然数、整数、有理数、实数、复数集合

2. 集合表示法

枚举法----通过列出全体元素来表示集合

谓词表示法----通过谓词概括集合元素的性质

实例：枚举法 自然数集合 N={0,1,2,3,…}

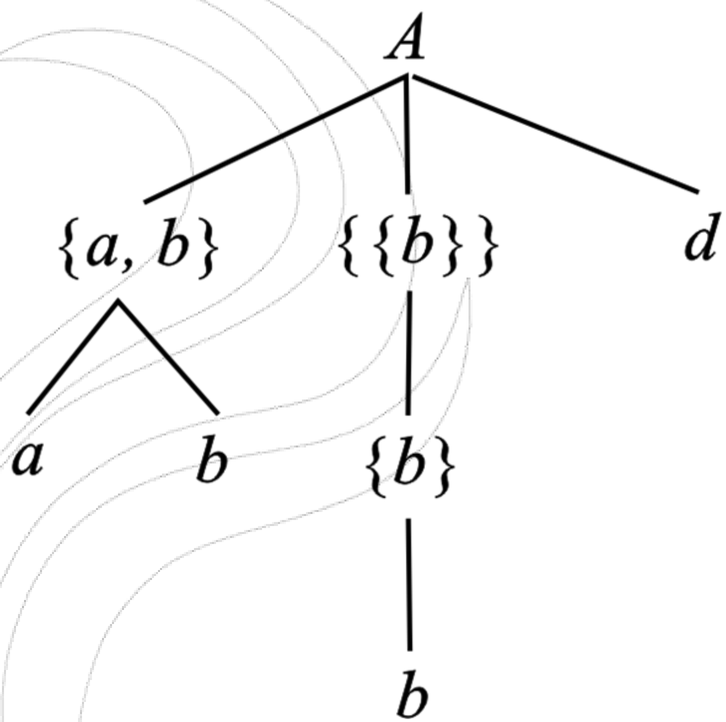
谓词法 $S=\{ x \mid x$是实数，$x^2-1=0\}$

元素与集合的关系

1. 集合的元素具有的性质
   无序性：元素列出的顺序无关
   相异性：集合的每个元素只计数一次
   确定性：对任何元素和集合都能确定这个元素是否为该集合的元素
   任意性：集合的元素也可以是集合

2. 元素与集合的关系
   隶属关系：$\in$或者$\notin$

3. 集合的树型层次结构



$d \in A$, $a \notin A$

集合的包含

集合与集合之间的关系

定义6.1　*A*与*B*是两个集合，如果A中每个元素都是B中的元素，则称A是B的子集合，也称A包含于B，或B包含A。

记作：$A \subseteq B$

$$\Leftrightarrow \forall x\,(\, x \in A \rightarrow x \in B \,)$$

注意：隶属关系与包含关系都是集合关系，

如对A={a,{a}}和{a}，有{a}∈A且{a}⊆A

相等、真子集

定义6.2　$A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

$\neq$：不相等

定义6.3　$A \subset B \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge A \neq B$

$A \subsetneq B \Leftrightarrow \exists x\,(x \in A \wedge x \notin B)$

$\not\subset$：不是真子集

思考：$\neq$ 和 $\not\subset$ 的定义

空集

定义6.4 空集 $\varnothing$： 不含有任何元素的集合

符号化：$\varnothing = \{x \mid x \neq x\}$

实例： $\{ x \mid x \in R \wedge x^2+1=0 \}$

定理6.1 空集是任何集合的子集。

证 对于任意集合A,

$$\varnothing \subseteq A \Leftrightarrow \forall x\,(x \in \varnothing \rightarrow x \in A) \Leftrightarrow T \text{ (恒真命题)}$$

推论 $\varnothing$是惟一的

幂集、全集

定义6.5 幂集：A的全体子集构成的集合称为A的幂集P(A)。

符号化：$P(A)=\{\, x \mid x \subseteq A \,\}$

实例1：$P(\varnothing)=\{\varnothing\}$，　$P(\{\varnothing\})=\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$

实例2：$A=\{1,2,3\}$, $P(A)=\{\varnothing,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{2,3\},\{1,3\},\{1,2,3\}\}$

计数：如果 $|A|=n$，则 $|P(A)|=2^n$.

全集

定义6.6 全集 E：包含了所有集合的集合

全集具有相对性：与问题有关，不存在绝对的全集

小结

集合. 穷举法、枚举法

元素与集合的关系. 隶属

集合的关系. 包含、相等、真子集

空集、幂集、全集.

课后习题

P104:

4;　　**5;**　　**8(1,4);**