6.2 集合的运算

集合的初级运算有

定义6.7 并 $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

交 $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

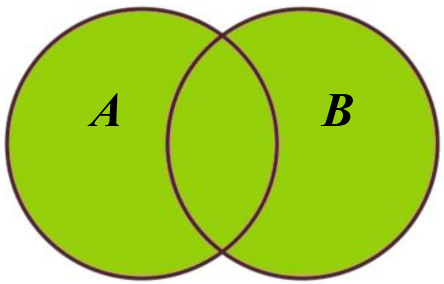
相对补 $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

定义6.8 对称差 $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$

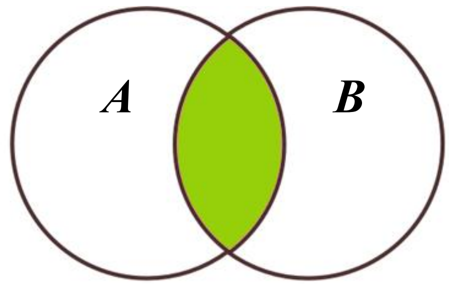
定义6.9 绝对补 $\sim A = E - A$

文氏图 (Venn diagram)

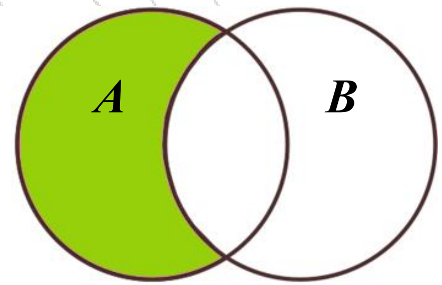
集合运算的表示



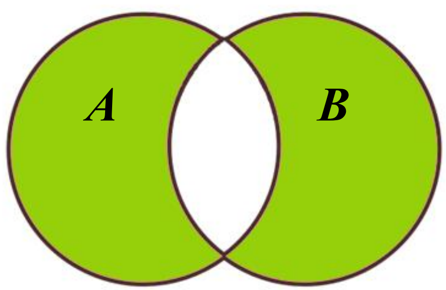
$A \cup B$



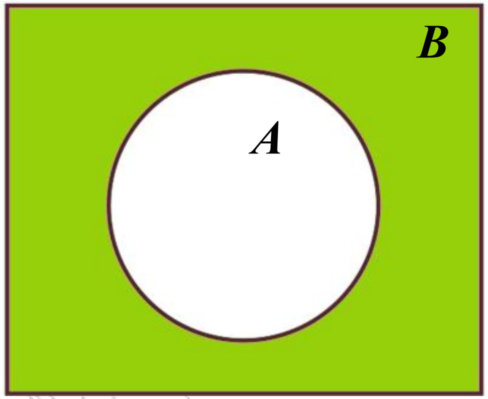
$A \cap B$



$A - B$



$A \oplus B$



$\sim A$

几点说明

并和交运算可以推广到有穷个集合上，即

$$A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n = \{ x \mid x \in A_1 \vee x \in A_2 \vee \ldots \vee x \in A_n \}$$

$$A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n = \{ x \mid x \in A_1 \wedge x \in A_2 \wedge \ldots \wedge x \in A_n \}$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \varnothing$$

$$A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow A - B = A$$

广义运算

1. 集合的广义并与广义交 (集合的元素的元素的并/交)

定义6.10 广义并 $\cup A = \{ x \mid \exists z (z \in A \wedge x \in z)\}$

广义交 $\cap A = \{ x \mid \forall z (z \in A \rightarrow x \in z)\}$

实例

$\cup\{\{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}\}=\{1,2,3\}$

$\cap\{\{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}\}=\{1\}$

$\cup\{\{a\}\}=\{a\}$, $\cap\{\{a\}\}=\{a\}$

$\cup\{a\}=a$, $\cap\{a\}=a$

关于广义运算的说明

2. 广义运算的性质

(1) $\cup\varnothing=\varnothing$，$\cap\varnothing$无意义

(2) 单元集$\{x\}$的广义并和广义交都等于x

(3) 广义运算减少集合的层次（括弧减少一层)

(4) 广义运算的计算：一般情况下可以转变成初级运算

$$\cup\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}=A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n$$

$$\cap\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}=A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_n$$

引入广义运算的意义

3. 引入广义运算的意义

可以表示无数个集合的并、交运算，例如

$$\cup\{\{x\} \mid x\in \mathrm{R}\}=\mathrm{R}$$

这里的 R 代表实数集合.

实例

例1： 设$A=\{\{a\},\{a,b\}\}$.

计算$\cup\cup A$， $\cap\cap A$， $\cap\cup A\cup(\cup\cup A-\cup\cap A)$.

$$\cup\cup A=a\cup b,$$

小结

集合的初级运算. 交、并，相对补，对称差

集合的广义运算. 广义并，广义交