

6.3 有穷集的计数



1. 文氏图法

例1: 对24名会外语的科技人员进行调查, 统计结果如下: 会英、日、德、法的人分别为13,5,10,9人。其中同时会英、日的有2人, 会英、德、法中任两种的都是4人。已知会日语的人既不懂德语也不懂法语, 分别求只会一种语言的人数和会三种语言的人数。

实例



例2 求1到1000之间（包含1和1000在内）既不能被5和6整除，也不能被8整除的数有多少个？

包含排斥原理



2. 包含排斥原理

定理6.2 设集合 S 上定义了 n 条性质，其中具有第 i 条性质的元素构成子集 A_i ，那么集合中不具有任何性质的元素数为

$$\begin{aligned} |\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \dots \cap \overline{A_n}| = & |S| - \sum_{1 \leq i \leq n} |A_i| + \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| \\ & - \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| + \dots + (-1)^n |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| \end{aligned}$$

推论



推论 S 中至少具有一条性质的元素数为

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n| &= \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| \\ &+ \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n| \end{aligned}$$

欧拉函数



例3 欧拉函数 Φ 是数论中的一个重要函数，设 n 是正整数， $\Phi(n)$ 表示 $\{0, 1, \dots, n-1\}$ 中与 n 互素的数的个数。利用包含排斥原理给出欧拉函数的计算公式。

小结



文氏图. **Venn diagram**

包含排斥原理.

欧拉函数.

