6.4 集合恒等式

集合算律

1． 只涉及一个运算的算律： 交换律、结合律、幂等律

	$\cup$	$\cap$	$\oplus$
交换	$A\cup B=B\cup A$	$A\cap B=B\cap A$	$A\oplus B=B\oplus A$
结合	$(A\cup B)\cup C$ $=A\cup(B\cup C)$	$(A\cap B)\cap C=$ $A\cap(B\cap C)$	$(A\oplus B)\oplus C$ $=A\oplus(B\oplus C)$
幂等	$A\cup A=A$	$A\cap A=A$	

集合算律

2．涉及两个不同运算的算律:

分配律、吸收律

	∪与∩	∩与⊕
分配	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$	$A\cap(B\oplus C)=(A\cap B)\oplus(A\cap C)$
吸收	$A\cup(A\cap B)=A$ $A\cap(A\cup B)=A$	

集合算律

3. 涉及补运算的算律：

DM律，双重否定律

	$-$	$\sim$
*D.M*律	$A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$ $A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$	$\sim(B\cup C)=\sim B\cap\sim C$ $\sim(B\cap C)=\sim B\cup\sim C$
双重否定		$\sim\sim A=A$

集合算律

4. 涉及全集和空集的算律：

补元律、零律、同一律、否定律

	$\varnothing$	E
补元律	$A\cap\sim A=\varnothing$	$A\cup\sim A=E$
零律	$A\cap\varnothing=\varnothing$	$A\cup E=E$
同一律	$A\cup\varnothing=A$	$A\cap E=A$
否定	$\sim\varnothing=E$	$\sim E=\varnothing$

集合证明题

证明方法：命题演算法、等式代入法

命题演算证明法的书写规范 (以下的X和Y代表集合公式)

(1) 证$X \subseteq Y$

任取x， $x \in X \Rightarrow \ldots \Rightarrow x \in Y$

(2) 证$X=Y$

方法一 分别证明 $X \subseteq Y$ 和 $Y \subseteq X$

方法二 任取x， $x \in X \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x \in Y$

注意：在使用方法二的格式时，必须保证每步推理都是充分必要的

命题演算法

方法一：命题演算法

例1 证明$A\cup(A\cap B) = A$ （吸收律）

命题演算法

例2 证明 $A-(B\cup C) = (A-B) \cap (A-C)$

等式代入法

方法二：等式代入法

例3　假设交换律、分配律、同一律、零律已经成立，证明吸收律.

包含等价条件的证明

例4 证明$A\subseteq B \Leftrightarrow A\cup B=B \Leftrightarrow A\cap B=A \Leftrightarrow A-B=\varnothing$

①　②　③　④

证明思路:

确定问题中含有的命题：本题含有命题 ①, ②, ③, ④

确定证明顺序：①⇒②，②⇒③，③⇒④，④⇒①

按照顺序依次完成每个证明（证明集合相等或者包含)

证明例题

例5 已知$A \oplus B = A \oplus C$, 证明 $B=C$.

小结

集合恒等式. (6.1)-(6.23)

集合证明题方法. 命题演算法、等式代入法